

Búsqueda de la teoría electromagnocapilar mediante ecuaciones diferenciales parciales no lineales

Search for the theory electromagnocapillary through non-linear partial differential equations

Jose Luis Huayanay Villar¹

Universidad del Estado de Río de Janeiro-UERJ, RJ, Brasil
Instituto de Pesquisas Espaciais, São Jose dos campos, SP, Brasil

RESUMEN

La presente investigación se propone construir la teoría Electromagnocapilar y una ecuación de desconocida partir de una unificación de las ecuaciones de Maxwell y las ecuaciones de Richards, resultando la ecuación desconocida que por ahora lo denominaremos ecuación de Villar expresada en forma de ecuación diferencial parcial (EDP) no lineal. Esta formulación es debido a los fenómenos ocurridos en la frontera de contacto del agua y las ondas electromagnéticas en la frontera de (suelo-aire). Teóricamente este fenómeno ocurre en el instante de la infiltración del agua en el suelo y alguna onda electromagnética interfiere en la infiltración, originando perturbaciones que genera un pulso electromagnocapilar.

Palabras claves: Ecuación diferencial parcial, ecuación de maxwell, ecuación de Richards, ecuación de Villar.

ABSTRACT

The present research aims to build the Electromagnocapillary theory and an unknown equation from a unification of Maxwell's equations and Richards' equations, resulting in the unknown equation that for now we will call Villar's equation expressed in the form of a nonlinear partial differential equation (PDE). This formulation is due to the phenomena that occur at the contact boundary of water and electromagnetic waves at the (soil-air) boundary. Theoretically, this phenomenon occurs at the moment of water infiltration into the soil and some electromagnetic wave interferes with the infiltration, causing disturbances that generate an electromagnocapillary pulse.

Keywords: Partial differential equation, Maxwell equation, Richards equation, equation Villar.

¹ Universidad del Estado de Río de Janeiro-UERJ, RJ, Brasil. Email. Jose.villar@inpe.br

1. INTRODUCCIÓN

El Actualmente vemos que nuestra sociedad está influenciada por diferentes factores sociales que incentivan el uso de la tecnología moderna, que está en continua revolución que hace posible replantear teorías y modelos existentes para poder mejorar y proponer otros para nuestro bienestar (BCR, 2022) e (Villar, 2021). “Las ecuaciones de Maxwell son un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales acopladas que, junto con la ley de fuerza de Lorentz, forman la base del electromagnetismo clásico, la óptica clásica y los circuitos eléctricos” Quintero (2018) e (Guajardo, 2019).

Una consecuencia importante de las ecuaciones de Maxwell es que demuestran cómo los campos eléctricos y magnéticos fluctuantes se propagan a una velocidad constante (c) en el vacío. Conocidas como radiación electromagnética, estas ondas pueden ocurrir en varias longitudes de onda para producir un espectro de luz desde ondas de radio hasta rayos gamma (Fontal et al, 2005). Por otro lado, la ecuación de Richards (Richards, 1993), representa el movimiento del agua en medios no saturados mediante la teoría capilar, fundamentada mediante ecuaciones diferenciales parciales (EDPs) no lineales.

Seguidamente la ley de Darcy (Brown, 2002), desarrollo un planteamiento del flujo en medios porosos; a esto Richardson (1956), aplicó un requisito de continuidad sugerido por Edgar Buckingham Buckingham (1914), que obtuvo una ecuación diferencial parcial general que describe el movimiento del agua en suelos no saturados. Asimismo, considera una teoría electrodinámica cuántica, de cómo la Radiación electromagnética (EMR) interactúa con la materia a nivel atómico. Finalmente, en este proyecto se propone la teoría Electromagnocapilar y la ecuación de desconocida a partir de una unificación de las ecuaciones de Maxwell y las ecuaciones de Richards, resultando la ecuación de Villar.

Debido a los fenómenos ocurridos en la frontera de contacto del agua y las ondas electromagnéticas en el instante de la infiltración del agua en el suelo. Teóricamente podemos decir que las ondas electromagnéticas pueden circular de manera capilar conjuntamente con el contenido del agua ya que el suelo contiene poros infinitos.

2. MÉTODOS Y MATERIALES

En esta sección se muestra el concepto de estudios generales del proyecto, antecedentes y fundamentos de los modelos de Maxwell (Maxwell, 1980) y una ecuación desconocida (denominaremos modelo de Villar), para luego analizar la teoría electromagnocapilar.

2.1. Análisis modelos Maxwell y Richards

En términos matemáticos, el campo electromagnético está determinado vectorialmente por la siguiente ecuación de Maxwell (Maxwell, 1980).

$$\nabla \cdot E(r, t) = \frac{\rho(r, t)}{\epsilon_0 \epsilon_r} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot B(r, t) = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \times B(r, t) - \epsilon_0 \epsilon_r u_0 u_r \frac{\partial E(r, t)}{\partial t} = u_0 \cdot J(r, t) \quad (3)$$

$$\nabla \times E(r, t) = - \frac{\partial B(r, t)}{\partial t} \quad (4)$$

Para:

E: Representa el vector de campo eléctricos [*Voltio*].

$B=B(r,t)$: Vector de flujo del campos magnéticos [*Weber*]

ρ : Es la densidad de carga dado en [*Voltios*].

J: Vector de densidad de corriente dado [*Ampere*].

ϵ_0 : Es la permisividad eléctrica en el vacío ϵ_r permisividad eléctrica relativa al medio.

μ_0 : Permeabilidad magnética al vacío.

μ_r : permeabilidad relativa al medio.

Para la nueva ecuación general de Richards depende de la humedad del contenido de agua en un medio no saturado.

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = + \frac{\partial}{\partial x} \left[D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} - K(\theta) \right] \tag{5}$$

Donde θ contenido del agua en un medio no saturado, D difusividad hidráulica y K conductividad hidráulica.

A lo largo de la revisión se entiende que la permisividad eléctrica (Arellano, 2001). Representa la característica de los materiales dieléctricos, para la permisividad eléctrica relativa ϵ_r , es decir, la permisividad relativa al libre espacio calculado por la permisividad eléctrica absoluta, ϵ ($F m^{-1}$). Dividido por la permisividad eléctrica en el espacio libre ϵ_0 ($F m^{-1}$) es:

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \tag{6}$$

Entonces se puede expresar la permitividad absoluta de la forma siguiente,

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0 = (1 + \chi_e) \epsilon_0 \tag{7}$$

donde χ_e es la susceptibilidad eléctrica del material. En la siguiente tabla 1 podemos mostrar las permitividades relativas de algunos dieléctricos:

Tabla 1
Permitividades relativas de algunos dieléctricos

Material	(adimensional)
Aceite mineral	2,7
Aceite	2,8
Agua destilada	80
Caucho	de 2,1 a 2,9
Acetona	191
Aire	1,00058986 ± 0,00000050 (en CNPT, para 0,9 MHz)
Papel	1,5
Papel parafinado	3,7
Parafina	2,1

Cuarzo	4,5
PVC	de 30 a 40
Baquelita	5
Vidrio	de 5,6 a 10
Mica	5,4

Es posible relacionar la ecuación de gauss para el campo eléctrico (1) y la permitividad absoluta, así

$$\nabla \cdot E(r, t) = \frac{\rho(r,t)}{\epsilon} \tag{8}$$

Representa la divergencia del campo eléctrico igual a la carga eléctrica dividida entre la permitividad absoluta, en esta teoría es necesario revertir esta ecuación a la forma siguiente:

$$\epsilon = \frac{\rho(r,t)}{\nabla \cdot E(r,t)} \tag{9}$$

Para poder alcanzar la ecuación de Villar es necesario unificar la ecuación de Richards con alguna de las ecuaciones de Maxwell. Por lo tanto, es necesario hallar una dependencia entre la permitividad eléctrica y el contenido de agua en un medio no saturado (suelo, capilares, etc.).

3. RESULTADOS Y DISCUSIONES

En esta sección al fin se consigue encontrar una relación entre los 2 modelos, luego a ser desarrollada y construir una nueva teoría de unificación.

3.1. Relación del contenido del agua y la permitividad en un medio

En el trabajo realizado por Toop (Topp, 1980) presenta la relación obtenida entre una aparente constante dieléctrica ϵ y contenido de agua del suelo θ , para los materiales inorgánicos del suelo. Aunque estos suelos varían ampliamente tanto en densidad como en textura, hubo poca diferencia en la relación ϵ contra θ de un suelo a otro. Asimismo realizaron la reproducibilidad experimental para dar evidencia de la importancia de los datos. La ecuación general de esta relación encontrada sería de la forma siguiente:

$$\epsilon = A + B\theta + C\theta^2 - D\theta^3 \tag{10}$$

En base a esta ecuación (8) la relación empírica entre ϵ y θ con respecto a los datos de los suelos minerales obtenidos por Topp. La ecuación para esta línea es

$$\epsilon = 3.03 + 9.3\theta + 146.0\theta^2 - 76.7\theta^3 \tag{11}$$

En la práctica solemos medir ϵ y queremos obtener θ . La siguiente ecuación, que utiliza los mismos datos que (9) asumió que ϵ ya era conocido. Para encontrar θ , usamos

$$\theta = 3.03 + 9.3\epsilon + 146.0\epsilon^2 - 76.7\epsilon^3 \tag{12}$$

Esta relación (10) es muy importante, ya que podríamos escribir en función de los campos (8), así

$$\begin{aligned} \epsilon &= \frac{\rho(r,t)}{\nabla \cdot E(r,t)} \\ \epsilon^2 &= \frac{\rho^2(r,t)}{(\nabla \cdot E(r,t))^2} \\ \epsilon^3 &= \frac{\rho^3(r,t)}{(\nabla \cdot E(r,t))^3} \end{aligned} \tag{13}$$

Entonces la ecuación (10) reescribimos

$$\theta = 3.03 + 9.3 \frac{\rho(r,t)}{\nabla \cdot E(r,t)} + 146.0 \frac{\rho^2(r,t)}{(\nabla \cdot E(r,t))^2} - 76.7 \frac{\rho^3(r,t)}{(\nabla \cdot E(r,t))^3} \tag{14}$$

Si consideramos para θ y ε dependientes del tiempo y el espacio, se podría expresar

$$\theta(r,t) = 3.03 + 9.3\varepsilon(r,t) + 146.0\varepsilon^2(r,t) - 76.7\varepsilon^3(r,t) \tag{15}$$

Luego derivando la anterior ecuación tenemos:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = 9.3 \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + 146.0 \frac{\partial \varepsilon^2}{\partial t} - 76.7 \frac{\partial \varepsilon^3}{\partial t}$$

Se obtiene la siguiente EDP que relaciona los campos E y la función de contenido del agua θ .

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = 9.3 \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\rho(r,t)}{\nabla \cdot E(r,t)} \right] + 146.0 \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\rho^2(r,t)}{(\nabla \cdot E(r,t))^2} \right] - 76.7 \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\rho^3(r,t)}{(\nabla \cdot E(r,t))^3} \right] \tag{16}$$

Entonces comparando con la ecuación general de Richards (4) y (15)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} - K(\theta) \right] = 9.3 \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\rho(r,t)}{\nabla \cdot E(r,t)} \right] + 146.0 \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\rho^2(r,t)}{(\nabla \cdot E(r,t))^2} \right] - 76.7 \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\rho^3(r,t)}{(\nabla \cdot E(r,t))^3} \right] \tag{18}$$

Que representa la Ecuación de Villar, es tener en claro qué ecuación representa una primera estructura de la relación entre los campos y el contenido del agua en un medio no saturado. Físicamente podría representar una interacción **electromagnocapilar**, es decir una conexión con la teoría de Maxwell, entonces esta fusión se representa así.

$$\nabla \cdot E(r,t) = \frac{\rho(r,t)}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$$

$$\nabla \cdot B(r,t) = 0$$

$$\nabla \times B(r,t) - \varepsilon_0 \varepsilon_r u_0 u_r \frac{\partial E(r,t)}{\partial t} = u_0 \cdot J(r,t)$$

$$\nabla \times E(r,t) = - \frac{\partial B(r,t)}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} - K(\theta) \right] = 9.3 \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\rho(r,t)}{\nabla \cdot E(r,t)} \right] + 146.0 \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\rho^2(r,t)}{(\nabla \cdot E(r,t))^2} \right] - 76.7 \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\rho^3(r,t)}{(\nabla \cdot E(r,t))^3} \right]$$

Para $r=(x,y,z) \in R^3$

- Maxwell. The scientific papers of james clerk maxwell. Courier Corporation, 2013
- Maxwell. The Scientific Papers of James Clerk Maxwell.. University Press, 1890.
- Quintero (2018). electrodinámica geométrica (doctoral dissertation, universidad nacional autónoma de méxico).
- Richards Capillary conduction of liquids through porous mediums. Physics, v. 1, n. 5, p. 318-333, 1931.
- Richardson (1956). Chemical effects of photonuclear reactions in the propyl bromides. Iowa State University.
- Topp, J. L Davis, and A.P. Annan (1980). Electromagnetic determination of soil water content: Measurements in coaxial transmission lines. Water resources research, 16(3), 574-582.
- Villar, J. P. V. S. da Cunha, (2021, October). Controladores por modo deslizante para a umidade do solo modelado por equação diferencial parcial parabólica não-linear. In Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente-SBAI (Vol. 1, No. 1).
- Villar; J.O GARCÍA and HIYO, Sheyla Yassira Meneses. Diseño y construcción de un sistema automatizado de control de bombas de agua en un cultivo hidropónico en el entorno Arduino, UNSCH–Ayacucho. Revista Eciperu, 2020.